

# 単一気泡の非球形振動の観測

= 膨張・収縮運動の非線形性が歪振動に与える影響 =

同志社大学 吉田 憲司・渡辺 好章

## 1. はじめに

気泡の崩壊現象に伴う機械的作用を用いた技術は様々な分野で応用されている。その代表例が超音波洗浄や医療分野における超音波結石破砕法である。最近では、この機械的作用を遺伝子導入に応用する研究（ソノポレーション法）も盛んに行われている。これらの技術においては気泡の崩壊機構の解明や気泡状態の評価・制御が非常に重要な課題である。機械的作用の主要因としては気泡の球対称崩壊時に生じる衝撃波や非対称崩壊時に生じるマイクロジェットが考えられおり、これらに関する理論的、実験的報告例<sup>(1)~(5)</sup>は非常に多い。しかしながら、気泡状態の評価方法・制御方法は確立されていない。

我々は気泡状態の評価という観点から、気泡の非球形振動に着目している。ここで、非球形振動とは球対称振動（等方的な膨張・収縮運動）とは異なり歪振動（気泡形状の時間変化）を伴う膨張・収縮運動である。気泡は低音圧下では球形形状を保ちながら球対称振動を行い、高音圧下では気泡は球形形状を保てず非球形に振動し、歪が大きくなると分裂する。非球形振動時の気泡からの放射音波には歪振動に起因する放射音波成分が含まれ、この放射音波により気泡状態の評価（気泡の崩壊の評価）が期待できると考えられる。

過去の理論的な報告<sup>(1)(6)</sup>において、気泡の球からの歪が非常に小さく、膨張・収縮運動が線形と仮定すると歪振動の振動周波数を解析的に求めることができる<sup>(1)</sup>。しかし、膨張・収縮運動の非線形性が強い場合は、歪振動の理論解析は困難であり、未解明な部分が多い。また、実験的な観測結果から詳細な歪振動の振動形態について報告した例も少ない。そこ

で我々は気泡の歪振動の振動周波数に着目して単一気泡の非球形振動の観測を行った。本稿ではその観測結果から膨張・収縮運動の非線形性が歪振動の振動周波数に与える影響を検討した。

## 2. 微小振幅歪理論<sup>(1)(6)</sup>

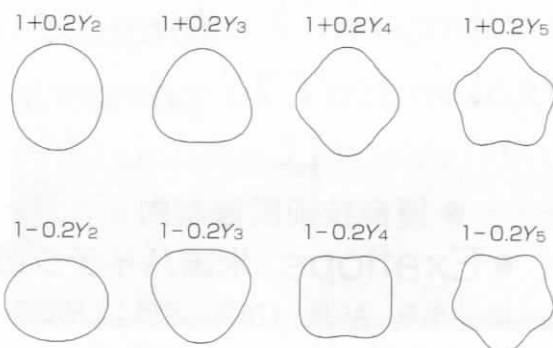
気泡の膨張・収縮運動が線形とみなせる場合、歪振動の理論的な解析は可能となる。本章ではその理論的解析について述べる。

気泡の球からの歪が微小である場合の理論的な気泡形状の安定性解析はPlessetにより行われている。気泡中心から気泡壁面までの距離 $r$ は球面調和関数を用いて下記のように示される。

$$r = R(t) + \sum_n a_n(t) Y_n(\theta, \varphi) \quad \dots(1)$$

$a_n(t)$ は歪の振幅であり、 $Y_n$ は $n$ 次の球面調和関数を示している。式(1)を用いて表した気泡形状は軸対称性を持つ。第1図は、 $a_n/R=0.2$ 、 $-0.2$ の場合に $n$ 次の球面調和関数を用いて表した気泡形状である。

式(1)においては、気泡の球対称振動は $R(t)$ により



第1図 球面調和関数を用いて表した気泡形状

表され、歪振動は  $a_n/R$  により表される。 $a_n$  が気泡半径  $R$  と比較して十分小さいと仮定すると、 $a_n$  の運動方程式は下式の二階の線形微分方程式に帰着される。

$$\ddot{a}_n(t) + \frac{3\dot{R}}{R}\dot{a}_n(t) + (n+1)\left[-\frac{\ddot{R}}{R} + (n+1)(n+2)\frac{\sigma}{\rho R^3}\right]a_n(t) = 0 \quad \dots(2)$$

ここで、 $\rho$  は水の密度、 $\sigma$  は水の表面張力係数である。

式(2)において、 $a_n = (R_0/R)^{3/2}b_n$  の変数変換を行い、さらに気泡の球対称振動が線形であると仮定 ( $R = R_0 - R_0 \sin \omega_d t$ ,  $R_0 \gg R_c$ ) すると、式(3)の Mathieu 方程式が導かれる。

$$\ddot{b}_n(t) + \left[ \omega_{on}^2 + \left( n + \frac{1}{2} \right) \omega_d^2 - 3\omega_{on}^2 \sin^2 \omega_d t \right] b_n(t) = 0 \quad \dots(3)$$

$$\omega_{on}^2 = (n-1)(n+1)(n+2) \frac{\sigma}{\rho R_0^3} \quad \dots(4)$$

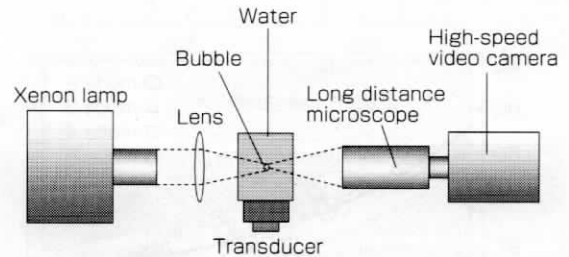
ここで、 $\omega_d$  は駆動角周波数であり、 $\omega_{on}$  は形状モード  $n$  の自然周波数である。

Mathieu 方程式は  $\omega_{on} = \omega_d/2$  の条件が満たされるとき、発散する解を持つことが知られている。 $\omega_{on}$  が平衡半径  $R_0$  の関数であることに注意すると、このことは  $\omega_{on} = \omega_d/2$  の条件を満たす平衡半径で球対称振動と歪振動が共鳴し (パラメトリック共鳴)、歪が成長することを意味する。また、共鳴条件  $\omega_{on} = \omega_d/2$  は成長した歪が駆動周波数の半分の周波数で振動することを示している。

### 3. 観測システム

本稿において紹介する非球形振動は定在波音場により捕捉された単一気泡の非球形振動である。そこで、気泡の捕捉方法及び観測システムについて説明する。気泡の捕捉には直径45mmのランジュバン振動子に直径60mmの亚克力製円筒容器を接着したセルを用いる。容器内に27kHzの超音波定在波を発生させることにより、定在波の腹の位置に唯一つの気泡を捕捉することができる。第2図は高速度ビデオカメラを用いた観測システムである。気泡振動の観測はシャドウグラフ法を用いて行う。キセノンランプからの光をレンズにより気泡付近に集束させ、この状態において、反対方向からその瞬間の気泡の影を高速度ビデオカメラにより観測する。本観測に

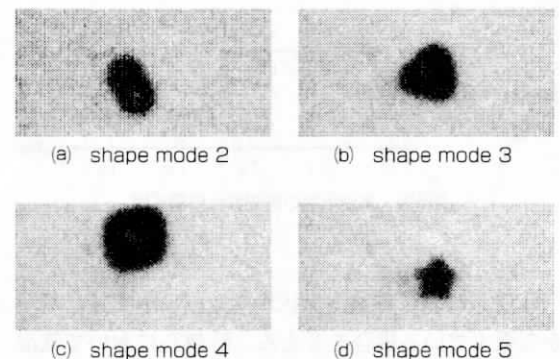
用いた高速度ビデオカメラの最高撮影速度は40,500 frame/secであるため、27kHzの気泡振動を観測することは困難であるが、気泡が駆動超音波の基本周期に比べ長期的に周期的な振動をしていれば、気泡振動の再現は可能である。気泡振動の再現原理は参考文献(7)に記述されている。



第2図 観測システム

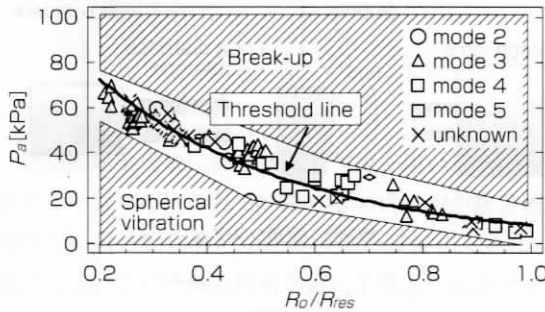
### 4. 非球形振動の発生条件

定在波音場により捕捉された気泡は、音圧が低ければ球形振動を行い、音圧が高ければ球形形状を保持できず分裂する。非球形振動は球形振動と分裂現象の境界で生じる。また、非球形振動時の気泡形状は観測条件 (音圧  $P_0$ 、平衡半径  $R_0$ ) に依存し、様々な気泡形状が観測された。観測された非球形振動時の代表的な気泡形状を第3図に示す。同図における気泡形状は球形から歪んでいることが確認でき、その形状は軸対称性を持っている様に見受けられる。このような気泡形状は第1図に示した気泡形状と類似していることが確認できるため、観測されたこれらの気泡形状を同図に示すように形状モードとして定義する。



第3図 非球形振動時の気泡形状

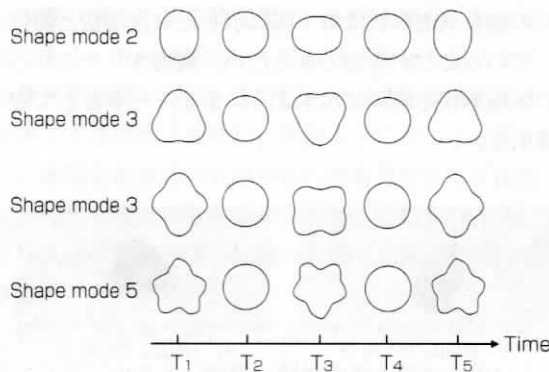
第4図は各形状モードの発生条件を示している。同図における実線はすべての形状モードの観測結果から求めた非球形振動の発生条件の近似曲線であり、以下この曲線を境界線と定義する。同図から各形状モードが境界線上において固有の発生条件を持つことが確認できる。各形状モードの発生条件については参考文献(8)に詳細な理論的検討が記述されている。



第4図 非球形振動の発生条件

### 5. 歪振動の定義

非球形振動時において気泡形状は時間的に変化する。第5図は観測された各形状モードの気泡形状の時間変化を表した模式図である。ただし、同図は気泡形状の変化のみに着目しており、実際の非球形振動は気泡形状の変化を伴う膨張・収縮運動であることに注意したい。



第5図 気泡形状の時間変化の模式図

時刻 $T_1$ における気泡形状が第5図に示す様に球形から歪んでいる場合を考える。時刻 $T_2$ において気泡形状は球形になり、時刻 $T_3$ における気泡形状は時刻

$T_1$ における気泡形状の相対的に膨張(収縮)していた部分が相対的に収縮(膨張)した形状となる。その後、気泡形状は時刻 $T_4$ において再び球形となり、時刻 $T_5$ での気泡形状は時刻 $T_1$ での気泡形状と同一形状になる。時刻 $T_5$ 以後、 $T_1 \sim T_5$ 間の気泡形状の変化が周期的に繰り返される。

上述の観測された気泡形状の変化は、式(1)においては $a_n$ の値が振動した場合の気泡形状の変化に相当する( $T_1, T_5$ では $a_n > 0$ 、 $T_2, T_4$ では $a_n = 0$ 、 $T_3$ では $a_n < 0$ )。したがって本稿では、このような気泡形状の変化を歪振動と定義する。

### 6. 膨張・収縮運動の非線形性と歪振動

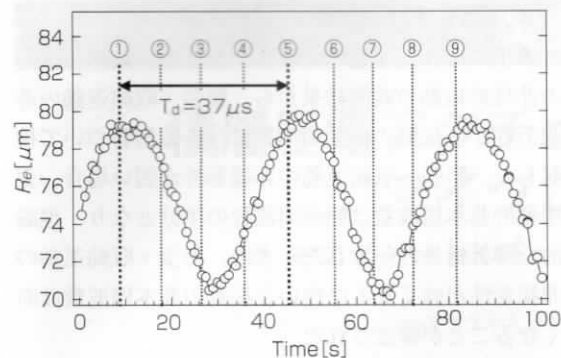
本章では、膨張・収縮運動の非線形性が弱い場合の歪振動の振動周波数について第2章で述べた理論的な解析結果が観測結果と一致するかを検討する。また、気泡の膨張・収縮運動が非線形性を呈した場合の歪振動の振動周波数について検討する。

#### 6-1 線形領域

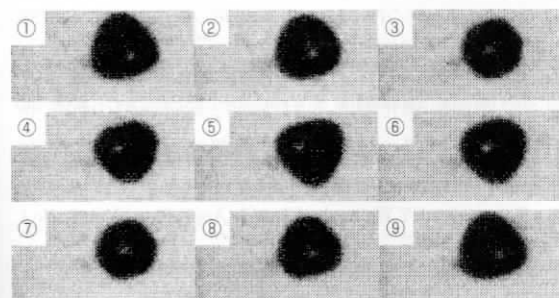
第6図は $P_a = 12\text{kPa}$ 、 $R_0 = 77\mu\text{m}$ における非球形振動(形状モード3)の観測結果である。第6図(a)は駆動超音波の等価半径の時間変化であり、第6図(b)は第6図(a)の時刻①~⑨において観測された気泡像である。ここで、等価半径とは気泡形状が球形と仮定した時に気泡の影の面積から求めた半径である。したがって非球形対称振動においては、等価半径の時間変化は気泡の平均的な膨張・収縮運動を表すと考えられる。第6図(a)において、等価半径の時間変化は駆動周期 $T_d$ ( $T_d = 37\mu\text{s}$ )に同期した正弦波振動であることがわかる。このことから、気泡の膨張・収縮運動の非線形性は非常に弱いと考えられる。第6図(b)における気泡形状の変化に注目すると、駆動超音波の2周期の期間(約 $73\mu\text{s}$ )で第6図に示した歪の振動が1回行われていることが確認できる。したがって、駆動周期 $T_d$ あたりでの歪の振動回数は1/2回となり、歪振動の基本周波数は $f_d/2$ ( $f_d$ : 駆動周波数)であると考えられる。この観測結果は第2章で述べた理論的な解析結果と一致する。

#### 6-2 非線形領域

膨張・収縮運動が非線形性を呈した場合の非球形振動(形状モード3)の観測例を第7図に示す。駆動条件は $P_a = 40\text{kPa}$ 、 $R_0 = 50\mu\text{m}$ である。第7図(a)は

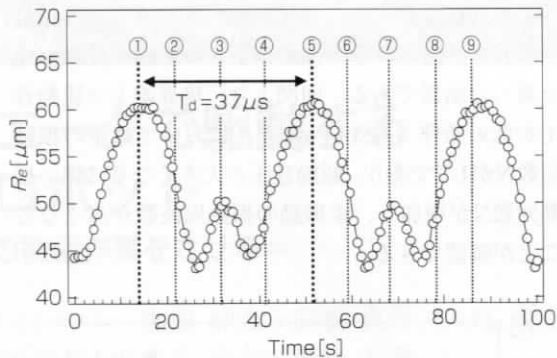


(a) 等価半径の時間変化

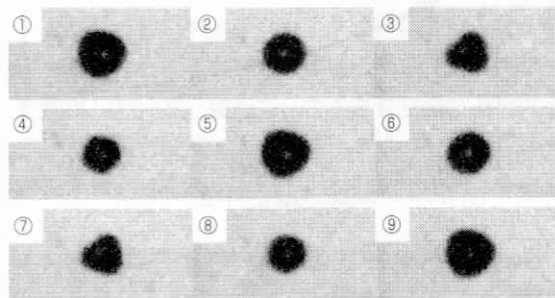


(b) 気泡形状の時間変化

第6図  $P_a=12\text{kPa}$ 、 $R_0=77\mu\text{m}$ における非球対称振動  
(形状モード3)



(a) 等価半径の時間変化

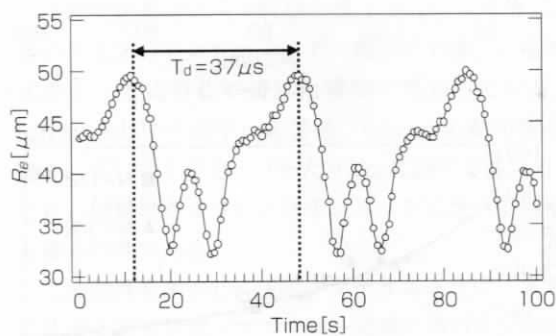


(b) 気泡形状の時間変化

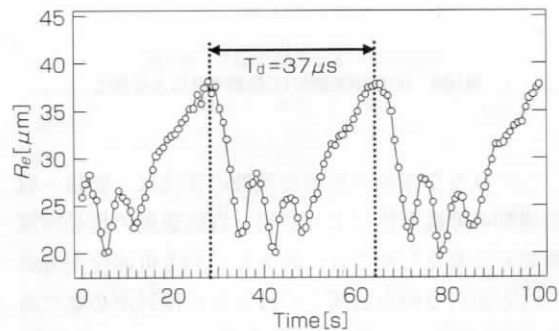
第7図  $P_a=40\text{kPa}$ 、 $R_0=50\mu\text{m}$ における非球対称振動  
(形状モード3)

等価半径の時間変化であり、第7図(b)は第7図(a)の時刻①～⑨において観測された気泡像である。第7図(a)において、等価半径は駆動周期 $T_d$ の間に2回振動し、膨張・収縮運動が非線形性を呈していることが確認できる。気泡の形状変化について着目すると、駆動超音波の2周期の期間(約 $73\mu\text{s}$ )において第6図に示した歪の振動が2回繰り返されていることが確認できる。つまり、この歪振動の基本周波数は駆動周波数 $f_d$ と等しいと考えられ、膨張・収縮運動が線形である場合の基本周波数 $f_d/2$ より高くなっていることがわかる。

第3図の境界線上において駆動音圧が大きくなるに伴い、膨張・収縮運動の非線形性はさらに強くなり、歪振動の振動周波数が高くなることを確認した。第8図(a)(b)はそれぞれ $P_a=47\text{kPa}$ 、 $R_0=41\mu\text{m}$ 、 $P_a=56\text{kPa}$ 、 $R_0=28\mu\text{m}$ における非球形振動(形状モード3)の等価半径の時間変化である。第6～8図より、駆動音圧が大きくなると駆動周期あたりの膨張・収縮の振動回数が増加し、膨張・収縮運動の非線形性が強くなっていることが確認できる。



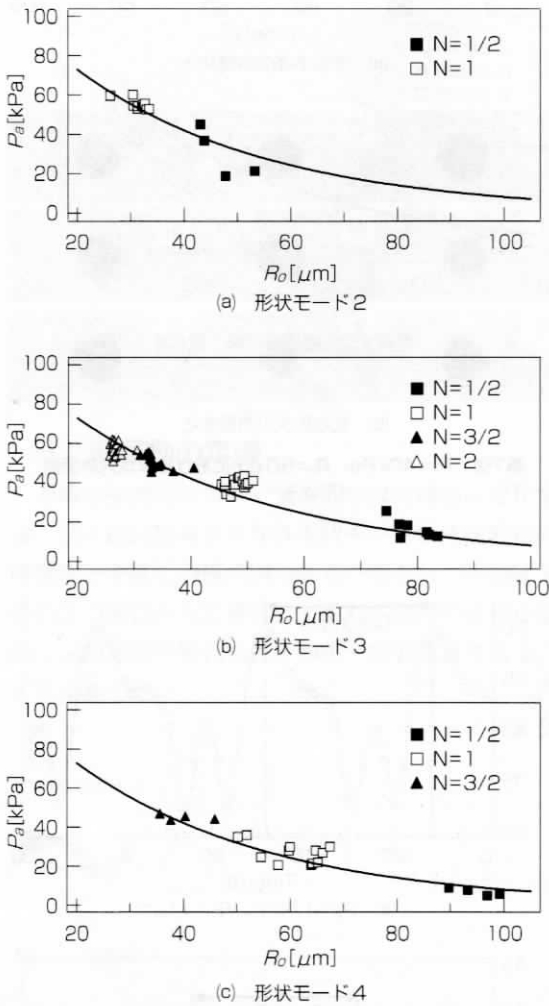
(a)  $P_a=47\text{kPa}$ 、 $R_0=41\mu\text{m}$



(b)  $P_a=56\text{kPa}$ 、 $R_0=28\mu\text{m}$

第8図 等価半径の時間変化

第9図は駆動周期 ( $T_d=37\mu s$ ) あたりの歪の振動回数 $N$ を計測し、その振動回数 $N$ の駆動条件依存性を調べた結果である。同図より、境界線上で駆動音圧が低い条件(約20kPa以下)においては歪の振動回数 $N$ が1/2であり、駆動音圧が大きくなるに伴い振動回数 $N$ が増加し、歪振動の振動周波数が高くなることが確認できる。



第9図 歪の振動回数 $N$ の駆動条件による変化

このような歪振動の振動周波数の変化は、膨張・収縮運動の非線形性により膨張・収縮運動の振動周波数成分が変化することに起因している可能性が考えられるが、その点に関してはさらに検討が必要である。

## 7. おわりに

本稿では、高速度ビデオカメラを用いた単一気泡の非球形振動の観測結果から、膨張・収縮運動の非線形性が歪振動の振動周波数に与える影響について検討した。膨張・収縮運動の非線形性が弱い場合、歪振動の基本周波数は駆動周波数の半分となり、理論的な解析結果と一致した。また、膨張・収縮運動の非線形性が強くなるに伴い歪振動の基本周波数は高くなることが確認された。

### <参考文献>

- (1) T.G.Leighton: "The acoustic bubble", ACADEMIC PRESS, pp.204-205, 1994
- (2) F.R.Young: "CAVITATION", Oxford, pp.137-151, 198
- (3) K.Yoshida, S.Nakatani, Y.Watanabe: *IEEE Proc.* (2006) to be appeared
- (4) 引間勝昭・渡辺好章: 電子情報通信学会論文誌 A, Vol.J89-A, No.9, pp.695-697, 2006.09.01
- (5) T.Asase and Y.Watanabe: *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol.43, No.1, pp.403-404, 2004
- (6) M.S.Plesset: *J. Appl. Phys.*, Number1 25, 96 (1954)
- (7) K.Yoshida, Y.Watanabe: *Proc.ISNA*, 2005
- (8) Y.Hao and A.Prosperetti: *Phys. Fluids*, Vol.11, No.6, pp.1309-1317, 1999

### 【筆者紹介】

#### 吉田 憲司

同志社大学 大学院 工学研究科 電気工学専攻  
 博士後期課程  
 〒610-0321 京都府京田辺市多々羅都谷1-3  
 TEL: 0774-65-6300 FAX: 0774-65-6300  
 E-mail: etf1103@mail4.doshisha.ac.jp

#### 渡辺 好章

同志社大学 工学部 電子工学科 教授  
 〒610-0321 京都府京田辺市多々羅都谷1-3  
 TEL: 0774-65-6268 FAX: 0774-65-6814  
 E-mail: kwatanab@mail.doshisha.ac.jp